第一工科大学研究報告
第35号（2023）pp.23-31

数学の証明を基にした研究活動の発想支援
–高等学校における総合的な探究の時間での実践–

渋沢良太

鹿児島県霧島市国分中央 1-10-2 第一工科大学 工学部 情報電子システム工学科

E-Mail: r-shibusawa@daiichi-koudai.ac.jp

Supporting Ideas for Research Activities Based on Mathematical Deduction - Practice in Integrated Inquiry Time in High School

Ryota SHIBUSAWA

Department of Information and Electronic Systems Engineering ,1-10-2, KokubuChuo, Kirishima, Kagoshima, 899-4395, Japan

Abstract: In university education, mathematics is usually applied to computation for finding some solution in academic fields where mathematics is applied. However, there are other important aspects of mathematics that can be applied to other fields of study. It is a deductive system that derives theorems from axioms. In every field of study, the content of research is to present a new claim and prove it. This is equivalent to proving theorems in mathematics, and proofs in mathematics can be used to prove proofs in other fields of study. In this study, we developed a teaching material for beginning mathematics students majoring in a non-mathematical field of study, using mathematical deduction as a subject matter, to show that unusual conclusions can be obtained by rethinking the premises of things. We then implemented a class using this material in a first-year class of Kagoshima Daiichi High School, entitled "Integrated Inquiry. This paper describes a practical example of this class.

Key words: Mathematics education, Deduction, Integrated inquiry time

1.　はじめに

大学入学前の，受験に向けた数学教育では，入試や定期試験の際の採点のしやすさもあってか，計算によって特定の数を求めること，すなわちある集合の元を特定することに重きが置かれている．その際，公理を満たす対象は唯一に設定され，学習者はその前提のもとで様々な計算方法を学ぶ．

この教育は重要である一方，大学以降の数学に目を向けると，計算だけではなく，公理から定理を演繹して理論体系を構築すること，またそのような理論体系を理解すること，すなわち定理の証明の理解がより重要になる．つまり，計算問題を解く能力だけでなく，なぜそうなるのかを理解する能力がより重要になる．このことは従来から数学科で当てはまることであるが，人工知能に関する技術の発展が進む現代においては，工学部等，全ての学部教育に対しても共通して当てはまることであると考えられる．多くの計算では，人間よりもコンピュータの方が圧倒的に早く，正確である．また計算方法の設計においても，問題によっては，伝統的に人間が構築してきた解法よりも，深層学習による解法の方がより良い結果が得られる場合も多くなってきている．そのような場合にも，人はただ人工知能技術に従うのではなく，問題を解くためにどの人工知能技術を使うべきか，またその技術で問題を解く際に前提としていることは何か，またそれは何故か等を理解することが重要となると考えられる．

現在でも多くの工学部では，その学部の学問分野での応用に役立つ計算を重要視している．このように，大学教育においても，数学を応用する学問分野においては，通常何らかの解を求める計算に数学は応用されている．しかし数学には，それ以外にも，他の学問分野に応用できる重要なことがある．それは，公理から定理を導く演繹体系である．どの研究分野でも，ある新しい主張を提示し，それを証明することが研究内容となっている．これは数学において定理

を証明することに相当し，数学における証明が他の学問分野の研究における証明に役立てられる．

モーダスポネンス(modus ponens)や背理法等の推論規則が，研究において論理的に主張を述べる際に役立つのはもちろんである．加えて筆者が特に重要であると考えるのは，主張の前提となっていることは何なのか，すなわち何を公理としているのかを認識することである．物事の前提を見直して変えることは，新しい結論，アイディアに導く発想法になると考えられる．より一般的な表現で述べると，常識を見直すことが，新しい知見を生むために重要となると考えられる．

上記の問題意識のもと，本研究では，数学の初学者であり，数学を専門としない学問分野を専攻する学生を対象に，数学の演繹を題材として，物事の前提を見直すと変わった結論が得られることを示し，それが研究における発想に役立つことを示す教材を作成した．そして，鹿児島第一高等学校の 1 年生の授業，「総合的な探究」の活動である「環霧島学」において，本教材を使った授業を実践した．本論文では，この授業の実践例について述べる．

2.　授業の内容

2.1.　導入

まず，研究とはどのような活動であるかについて説明を行った．現在でもスマートフォンに当たり前のように使われている，静電容量式のタッチディスプレイとそれを使ったユーザインタフェース[1]の発明者である SONY CSL の暦本氏による説明を引用した．暦本氏は，「研究とは，新しい Claim を提示し，それを立証すること」であり，「Claim とは，正誤が客観的に判定できる言明である」と述べている．また，「立証とは，道筋をたてて理解すれば，それが正しいと納得できるように議論を構成すること」と述べている[2].

続いて，数学はどのような学問であるかについて説明した．数学はあること（公理）を仮定し，その仮定のもとではどのようなことが成立するか（定理）を探究する学問である．数学は，数を計算する学問だと考えられがちであるが，そうではない．また，大学受験のための区分で言うところの文系科目と無関係のように考えられがちであるが，数式は言葉，文章に相当するものであり，計算は文章の意味の翻訳と考えられる．数学は様々な科学の中で，最も正確に論理展開される基礎科学の一つである．

この導入の後，数学における厳密な論理展開においても，議論の前提を見直すと私たちが当たり前だと考えていることとは異なった結論が得られることを示す．なお，次節の内容については，筆者の別の論文[3]で，より詳しくまとめている．

2.2.　円が必ずしも丸くならないことの証明

2.2.1.　グラフと円の定義の確認

以降の議論では，直交座標系を仮定する．高等学校までのカリキュラムで学習する内容では，(0,0)を中心とする半径 1 のグラフは，図　1 の通りである．ここでグラフとは何かをまず確認する．直交座標系における平面上の任意の点は，x 座標とy座標の組み(x,y)で表される．この時，括弧の中の’,’ の左側はx座標を示し，’,’の右側はy座標を示している．従って，(1,0)と(0,1)は図 1 にも示されている通り全く違う点である．そして，このような座標を持った複数の点からなる集合がグラフである．そしてその集合の個々の点を，平面に描いた直交座標系の対応する座標にプロットすると，点の集合を視覚的に理解することができる．図　1 は，(0,0)を中心とする半径 1 の円という無数の点からなる集合を，このように視覚的に示したものである．このように，グラフの本質は集合であることをまず理解しておく．

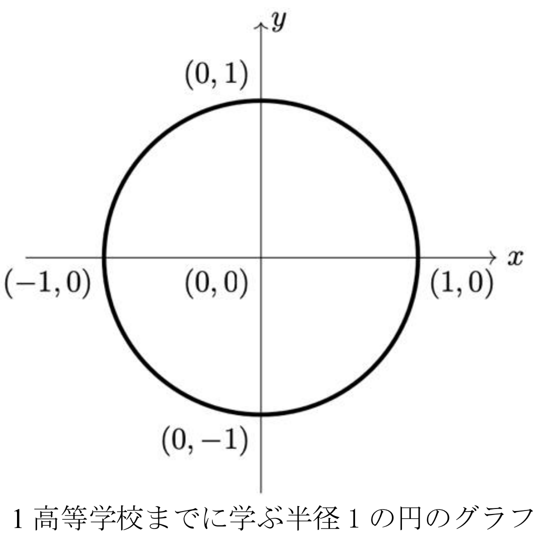

図 1 高等学校までに学ぶ半径 1 の円のグラフ

次に円の定義を確認する．

定義 1 (円の定義)
(a,b)を中心とする半径rの円とは，(a,b)との距離がrとなる点の集合である．

高等学校までのカリキュラムで学ぶ，(a,b)を中心とする半径rの円は，$\{(x,y) \mid x,\mathrm{y} \in R, \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} = \mathrm{r}\}$である．$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} = r$は円の方程式の両辺の平方根をとったものであり，この方程式を満たす(x,y)の集合が半径 r の円である．図 1に示した(0,0)を中心する半径 1 の円は，

$$\{(x,y) \mid x,\mathrm{y} \in R, \sqrt{x^2+\mathrm{y}^2} = 1\} \cdot\cdot\cdot (1)$$

となる．

定義 1には，距離という用語が出てきている．このように，円は距離に基づいて決まるものである．円の定義と方程式$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2} = r$を見比べてみると，$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$が，$(a,b)$と$(x,y)$との距離を意味していることが分かる．このように定まる距離を 2 次元ユークリッド距離(Euclidean distance)という．直角三角形の辺の長さについてのピタゴラスの定理に基づくと，このように距離を定めることが自然であり，現実世界での距離もほとんどの場合このように使われている．しかしこの距離は唯一の距離ではなく，他にも様々な距離が存在し，別の距離のもとでは円のグラフを直交座標系にプロットしたときに必ずしも図 1のように丸くならない.

2.2.2.　距離の公理と様々な距離

円の定義は距離に基づいているのであった．そこで次に距離の定義を確認する．

定義 2 (距離の公理)
Sを任意の空でない集合とし，Rを実数全体の集合とする．関数$d: S \times S \longrightarrow R$が，次の 1. から 4. の条件を満たす時，かつその時に限りdを S上の距離関数という． また，$S \times S$の任意の元 (p,q)のdによる像 $\mathrm{d}(p,q)$を，pと qの距離という．

1. $S \times S$の任意の元(p,q)に対して，$\mathrm{d}(p,q) \geq 0$
2. $S \times S$の任意の元(p,q)に対して，$\mathrm{d}(p,q) = 0$ となるのは，$p = q$である場合，かつその時に限る．
3. $S \times S$の任意の元(p,q)に対して，$\mathrm{d}(p,q) = d(q,p)$
4. $S \times S$の任意の元 $(p,q), (q,t)$に対して，
   $d(p,t) \leq d(p,q) + d(q,t)$

定義 2 の距離の公理は，距離という概念が満たすべき性質を必要十分に示している．ある点とある点の距離は 0 以上の実数になり，2 つの点の距離が 0 になるのは，それらの点が同じ点である時のみである．2 つの点が同一の点でなければ，それら 2 つの点の距離は 0 以上となる．また，現実世界でどちらの点から他方の点に距離を測っても同じであるように，任意の 2 つの点pと点qの距離は，点qと点pの距離と等しい．また，ある場所から目的地に移動する際に，別の場所に立ち寄ってから目的地に行くよりも直接目的地に移動した方が距離が短いように，任意の点pと点qの距離と点qと点tの距離を足し合わせたものは，点pと点tの距離以上になる．

2 次元ユークリッド距離関数は距離関数であるので，定義 2 に示した距離の公理を満たしている．よって，図 1に示された円(1)は，2 次元ユークリッド距離関数に基づく，(0,0)を中心とした半径 1 の円なのである．

次のように定められる距離関数を，R^2上のマンハッタン距離関数 (Manhattan distance function) という．

$d_{Man2}: R^2 \times R^2 \rightarrow R$, R^2の任意の元$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$に対して，$d_{Man2}\big((x_1,y_1),(x_2,y_2)\big) = |x_1-x_2| + |y_1-y_2|$

2 次元マンハッタン距離関数に基づく(0,0)を中心とする半径 1 の円は，

$$\{(x,y) \mid x,y \in R, |x|+|y| = 1\} \cdot\cdot\cdot (2)$$

となり，これを直交座標系にプロットすると，図 2 のようになる．これは見慣れた丸い形をしていないが，(0,0)とのマンハッタン距離が 1 になる点からなる集合であり，(0,0)を中心とする半径 1 の円である．直交座標系にプロットした時の見た目だけでなく，当然集合としても，(1)と(2)の円は異なる．

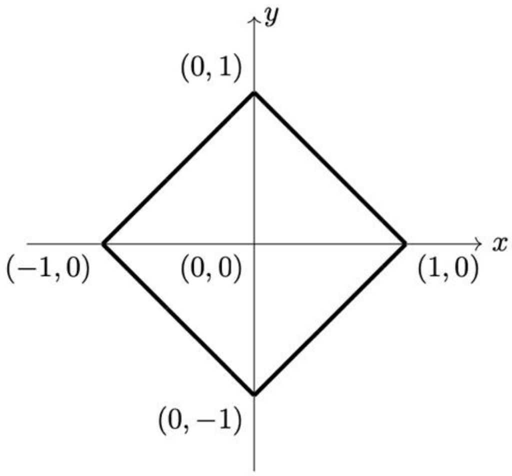

図 2 マンハッタン距離の半径 1 の円のグラフ

この他に，次のように定められる距離関数を，R^2上のチェビシェフ距離関数 (Chebyshev distance function) という．

$d_{Che2}: R^2 \times R^2 \to R, R^2$の任意の元$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$に対して，$d_{che2}\left((x_1, y_1), (x_2, y_2)\right) = max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$

ここで任意の実数a, bに対して，$max\{a, b\}$は，aとbの大きい方 (等しい場合はどちらか) を値に取る関数である．2 次元チェビシェフ距離関数に基づく(0,0)を中心とする半径 1 の円は，

$$\{(x, y) \mid x, y \in R, max\{|x|, |y|\} = 1\} \cdot \cdot \cdot (3)$$

となり，これを直交座標系にプロットすると，図 3 のようになる．直交座標系にプロットした時の見た目だけでなく，(1),(2),(3)は全て集合として異なる．

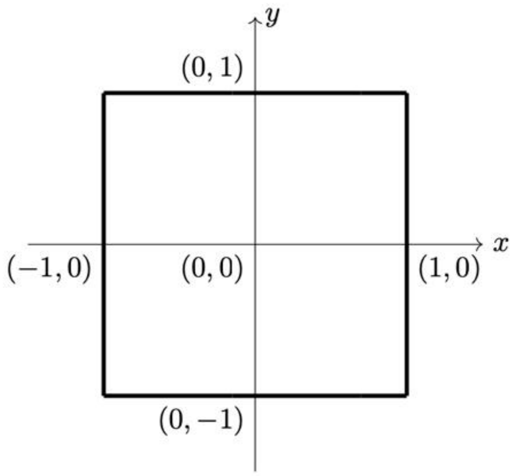

図 3 チェビシェフ距離の半径 1 の円のグラフ

以上の例から，直交座標系においてプロットした円がどのような形になるか，すなわち円がどのような座標を持つ点の集合であるかは，距離関数によって変わることが示された．丸い形をした図形が円というような直感的なイメージは，数学的には間違いであることが分かる．

2.3. 数学以外の研究への応用

ここまでの議論において，最も厳密に論理展開する数学においても，当たり前のことだと思われている事実について，暗黙の了承となっている前提を見直すと異なった結論が得られることがわかる．数学以外の研究分野において，このことが応用されている例を示す．

2.3.1. 情報学における応用

野菜などの植物は，太陽光，水，二酸化炭素によって光合成，光形態形成して成長する．太陽光は様々なスペクトル成分を持つが，この光についての前提を見直したものが，LED 栽培である．LED 栽培では，植物に生育に必要な特定の波長の光のみを LED で照射させて，太陽光が当たらない空間でも植物を栽培させることができる [4]．植物は，人間が赤色に見える波長に近い波長を持つ光によって光合成し，人間が青色に見える波長に近い波長を持つ光によって光形態形成できるため，必ずしも太陽光でなくても育つのである．

また，拡張現実感(AR:Augmented Reality)は，人間が自身の感覚器官を使って現実空間から得られる情報に，コンピュータを使って生成したマルチメディアデータを合成して人間に提示する技術である[5]．AR を称する技術の多くは，Computer Graphics(CG) をマルチメディアデータとするものが大多数である．また，現実空間の情報にコンピュータが生成した情報を足し合わせるというものがほとんどである．しかし，現実空間の情報から不要な情報を除くという引き算の発想もあり，雑多な街並みから不要な情報を除いて CG で提示することでナビゲーションを容易にする研究[6]もなされている．また，現実空間で発生している音声をマイクでとらえ，それと逆位相の音を瞬時に出すことによりノイズを除去するノイズキャンセル機能付きヘッドフォンやイヤホンも存在する．このような技術は減損現実(Diminished Reality)とも言われ，拡張現

実の前提を見直したものであるとも考えられる．

筆者が行った過去の研究における例も紹介した．人はそれぞれ固有の感覚器官と情報処理系を持ち，同じ現実空間を見ていても人によって認識される空間は異なる．従って健常者が，認知症患者がどのような幻覚を体験しているかは，理解できないと考えられるのが当たり前である．筆者が行った研究[7]では，患者の周囲の者が，直接観測できない患者の認識空間を，それを再現した VR 空間を通して体験し，患者の理解を深められるようにすることをコンセプトとしている．この研究では，レビー小体型の認知症患者の理解を対象としているが，このコンセプトのもと本システムを応用することによって，薬物中毒者の幻覚，色覚異常，視野狭窄等の視覚異常，感覚過敏等，患者の理解を支援する様々なシステムの実現につながると考えられる．

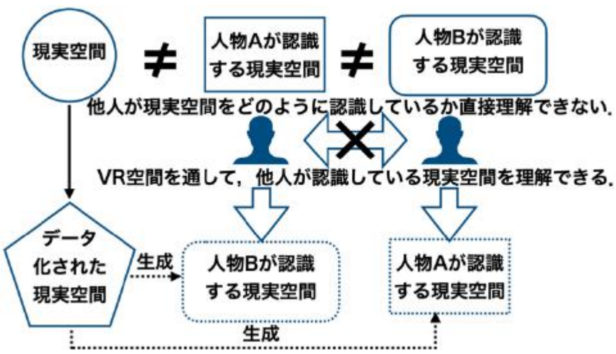

図 4 人工現実感による他者の認識空間の理解

学習者は，本研究のようにユークリッド距離以外の距離を使うことに何の意味があるか疑問をもつかもしれない．ユークリッド距離は，私たちが普段生活している現実空間で使う距離として適しているが，コンピュータ上では別の距離を使った方が適切な場合は多くある．ニューラルネットワークを使った機械学習では，学習時に損失関数に基づきパラメータを調整し，学習済みのモデルを評価する際に評価関数が使われる．これらの関数には，ユークリッド距離だけでなく，マンハッタン距離も良く使われる．機械学習においてユークリッド距離は L2 ノルム，マンハッタン距離は L1 ノルムとも呼ばれている．ユークリッド距離よりもマンハッタン距離の方が計算量が少なく，大規模なネットワークで繰り返しこれらの関数を使うディープラーニングでは，その計算量の差はより大きくなる．そのため，より計算量が少なく，なおかつ距離としての性質を必要十分に保った，すなわち距離の公理を満たしたマンハッタン距離が使われることがある．

2.3.2. 経営における応用

本研究において教育する内容は，経営についても示唆を与えるものである．ここで経営とは，企業経営だけでなく，目的を達成するために上手くやりくりする活動全般を指すものとする．企業では，年間の売上目標等の KGI(Key Goal Indicator)が設定され，それを達成するために行う活動を複数決定し，それらを KPI(Key Performance Indicator)で評価する．例えば，年間の売上を前年比 10%増やすことを KGI とし，それを行うために顧客への訪問回数を前年比 20%増やすことを KPI に設定したりする．ここで，KGI を達成するための前提が KPI になっており，KPI を達成できれば KGI が達成されるという考えに基づいている．しかし，多くの場合それらの KPI は KGI を達成するための唯一の方法ではなく，KGI を達成するための別の重要な活動が存在する場合もある．KGI を達成するための活動は，これまでの企業活動の実績を踏まえて暗黙の了承として設定されることが多い．しかし，企業を取り巻く外部環境も常に変化し続けているため，KGI を達成するための活動は常に見直しされるべきである．

このように本研究における教育内容は，様々な人間の経営活動において，暗黙の了承としている前提を見直し，異なる前提に基づく活動によって，異なる結果が得られる可能性があることを理解させるのに役立つ．誰かによって定められた事柄を何も疑わずに従うのではなく，その意味をよく理解して従う，あるいは別のより良い事柄を考えることは，これからの時代において重要である．このような能力は新しい製品やサービス，新しいビジネスを企画，開発する際にも役立つと考えられる．

3. 授業を受けた高校生からの意見

本教材の内容を鹿児島第一高等学校の 1 年生 1 約 100 名に，約 1 時間の授業を行った．表 1 から表 3 に，生徒から頂いた感想を示す．

生徒からは概ね良い評価が得られており，「物事が成り立つ前提を見直すことで，新しい発見につながること」の理解を促せていた．

表 1 授業を受けた学習者の感想 1/3

No.	感想
1	研究とは何かということを改めて知ることができた．また，当たり前のことだと思っていることも，暗黙の了承になっている前提を見直して，立証するということが大事であることを自分が研究する材料を探す時に，当たり前を当たり前とは思わずに客観的に考えられるようにしたいと思う．この講義を活かして，より良い研究にしていきたいと思う．
2	自分の身近でも当たり雨に成り立っている物事について認識する．そして，その物事についての前提を見直すことの大切さを学んだ．ある物事が成り立つ前提を見直すことで，新しい発見につながることを忘れず，ある問題を解決する際などに役立てたい．
3	まず距離が 1 つじゃないことに驚いた．私たちになじみのある丸い円はもちろんだが，距離の定義が変わることで四角形も円になりうることを初めて知った．私たちが当たり前だと思っているようなことをもう一度考え直し，その前提となっているものを見直したとき，どんな結果になるのか考えてみたい．
4	正直に言って，前半の円に関する話は，少し理解するのが難しかった．ただ，今，当たり前になっていることも前提としていることを変えると，結論が異なるということは良くわかった．研究は新しいものを発見し生み出すということに執着しがちだが，今あることを認識し，見直すことも大切であることに気づけた．研究についての視野が広がった．
5	円の問題はとても興味深く感じた．今正しいことが前提によって全く違うものになるというのは面白いと思った．前提を意識して物事を考えたい．
6	円には色々な形があることを知れた．たくさんの発想によって様々な解決策があってすごいと思った．前提を見直すことで，新しい発見ができることをこれからの問題解決などに活かしていきたいと思う．
7	円は本当に丸いのかという観点から，自分自身の視野が広がった．新しい Claim というのは，正誤が客観的に判定できるもので，これを立証することにより，課題研究学習というものが成り立つということがわかった．
8	円は必ず丸いということを，全く疑わずに生きてきたので，丸くない円があるということを初めはなかなか信じることができなかった．しかし一見円とは呼べなさそうな形の図形でも，距離の公理に基づいていれば円といえると知り，自分が常識だと思っているものは不変のものではないのかもしれないと思った．これから自分が何かを研究する際には，自分の思い込みを疑ってみようと思う．
9	今まで「円は必ずしも丸いのか」ということを考えたこともなかったので，世の中の常識となっている物事も，視点を変化させると発見できるものが変わるということに気付かされた．またマンハッタン距離やチェビシェフ距離を利用すると，一般的に四角形と定義される形も円と捉えることができるという結果には驚いた．私も世間で当たり前とみなされている事象に対して様々な角度で考えるようにしていきたいと思った．
10	ユークリッド距離とマンハッタン距離，チェビシェフ距離のそれぞれの円を 3 つの距離で表した時に，どのようになるか調べてみたいと思った．また，マンハッタン距離やチェビシェフ距離を表すための方眼用紙を作ってみたいと思った．「当たり前の前提を変える」という既存のものからアイディアを得ることは考えつかなかったので，やってみたいと思った．
11	これまで私は，円は丸いものでないといけないという考えだったが，今回の講義で考えが変わった．私もこれからの日常生活で，常識に従ってなんでも行動するのではなく，もっと違った風に行動できないかなと新しい発見をしていきたいなと思った．
12	前提にあることを変化させることは，新しい発見につながるというイメージがあるが，そのために前提にあるものを理解することも必要なのだと初めて知った．特に円は何かという話で，円の定義が何かということに着目したことがなかったため，定義の確認をして驚いた．

表 2 授業を受けた学習者の感想 2/3

No.	感想
13	当たり前だと思っていることも疑い，少し違った考え方をし，暗黙の了解となっている前提を変えるとまた新しいものが得られるのだと思った．AR やゴミの不法投棄などの例をとって説明していたのでとてもわかりやすかった．何事においても前提にとらわれずに少し頭を使って工夫していくことでまた違った感じになるのだと思った．
14	「当たり前だと思わない」ということは，私たちが普段生活する中でとても大切なことだと思った．ものの見方や捉え方の大切さが伝わってきた．
15	想像しやすい「円はなぜ丸いのか」という議題を用いていることが良かった．ユークリッド距離以外にも距離が存在していることに驚いた．円は丸いものだけではなく，マンハッタン距離等によって形が変わるのを初めて知った．この講義から，暗黙の了承で決めてしまっていたことを違う視点から見ることが大事であると考えさせられた．一つの事柄が事実であると決めるのではなく，あらゆる視点から考えていきたい．
16	内容はそこまで難しかったものの，用いる答え方や定理などは難しいものがあった．しかし，スライドと説明は分かりやすかった．私はあまり数学が得意ではないが，分かりやすかったので面白いと感じた．また，研究は自分がしたい内容を研究するだけでなく，クレームという部分を研究に盛り込むということを初めて知った．
17	コンピュータで認知症患者の方の感覚をシミュレートするという機械があるというのが一番驚いた．私も認知症の方々のことは実際に自分がなってみないと分からないと勝手に思い込んでいたので，自分の中の常識を疑うことが必要だと思った．
18	不法投棄を減らすためにすることの例で，普通の人が考える前提の不法投棄を減らすには，条例を厳しくすることや監視システムの導入があったが，視点や前提を変えてより効果のあるやり方にできるのは，なるほどなと思った．
19	ユークリッド距離は普段から使っているものだったが，他の距離は初めて知った．円は丸い形であるという考えに縛られていたが，公理を満たす式に基づくものは全て円といえるということに驚いた．
20	普通に考えて丸い形は円だと思ったら，数学的に考えてみると丸い形だけが円ではなかった．いろいろ考え方を変えてみると，全くかんがえられなかったことでも新しいことが見つかるのだなと思った．
21	円は丸い図形だけのことを指すと思っていた．しかし，四角等も数学的に円と判断できることを知って驚いた．考え方についての物事が成り立っている前提を認識して前提を見直すという考え方が，視野を広げることができる良い考え方だと思った．ルートに沿るだけではなく新しいアイディアを見つけることを，少し意識して生活すると面白そうだと感じた．
22	研究とは，新しい claim を提示し，それを証明するという表現の仕方がとても良かった．円というのは，今まではただ漠然と丸いと思っていたけれど，全然違っていたので知れたのは面白かった．自分の話を数学とまとめていて，僕は数学が苦手だったが，分かりやすくなっていたので，数学が好きではない人もとても楽しめるような内容になっていた．
23	今あるものを変えると，結論が変わるというのは，とてもおもしろい考え方だと思った．今ある暗黙の了承にとらわれず，幅広く考えられるようにしたい．
24	理系か文系かは，ただ大学受験で使うだけということと，私たちが知っている円の形でない円があることを知って驚いた．
25	現代の暗黙の了承となっている考えを変えると，異なる結論が得られるという考え方が面白いと思った．私も，暗黙の了承となる考えにとらわれず，幅広い視点から見たいと思う．そのためにも，物事が成り立っている前提を認識し，その前提を見直していくことが大切なことだと思った．

表 3 授業を受けた学習者の感想 3/3

No.	感想
26	冒頭であった 3 つの図形が全て円といわれたときは驚いた．それと同時に，今回の講義で大切なこと，「物事の前提を見直すと新しい結果が得られる」というのを実感した．私たちの身の回りのことも，これが言えると思うので頭の中に入れておきたい．
27	四角等の図形も円になる証明があることを初めて知った．当たり前のことも前提を変えると異なった結論が得られるという色々な例が分かりやすく，他のことも見方を変えてみたいと思った．
28	「円はどれでしょう」と最初聞かれたとき，「丸いのが円」という考えをくつがえされた気がした．「当たり前だと思っていることを，暗黙の了承になっている前提を変えると新しい発見がある．」生きている中で，当たり前にそうだと思いこんでいるのだなと感じた．その考え方を転換するのは難しいことだと思うが，色々な発想を生み出すために少しずつ意識していこうと思った．
29	初めの質問でどれが円であるか聞かれた時に，明らかに正方形であるものも円と言われて良く分からなくなってしまった．しかし，きちんと講義を聞いていくと「ああ，そういうことか．なるほど．」という気付きが得られて嬉しかった．今まで使っていた距離にユークリッド距離というような名前がついているなんて知らなかった．他にも聞き馴染みのないマンハッタン距離，チェビシェフ距離も出てきたが，その 2 つの違いはあまり分からなかった．
30	当たり前のことも前提を変えると異なった結論が得られるということが，理にかなっていて驚いた．

4.　まとめと今後の課題

本研究では，数学の応用として，特定の数の計算ではなく，演繹を研究アイディアの発想に応用することを題材とした教材を作成した．本教材では，物事の前提を見直すと変わった結論が得られることを示し，それが研究における発想に役立つことを示した．またこの教材を題材として，高校生に対して授業の実践を行った．授業アンケートの結果から，本教材は，研究のアイディアの生み出し方について，高校生に一定の理解を与えられ，考え方の視野を広げることに貢献できていた．

数学の理論の優れた点に，全く異なるように見える複数の概念でも，それらが同じ公理を満たせば，同じ定理が成立することがある．本研究では，同じ公理を満たす異なる対象の存在を示し，それらから異なった結論が得られることを示したが，このように同じ結論が得られることを示すのも有用であると考えられる．

今後も別の話題を題材に，数学の証明を他の分野の研究分野に活かす教材を開発していく．

参考文献

[1] Jun Rekimoto. 2002. SmartSkin: an infrastructure for freehand manipulation on interactive surfaces. In Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI '02). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 113–120. https://doi.org/10.1145/503376.503397

[2] 暦本純一，2021 年，”妄想する頭 思考する手 想像を超えるアイディアのつくり方”, 祥伝社.

[3] 渋沢良太，2023 年，” 距離関数と円のグラフによる公理及び公理を満たす異なる対象の存在の理解支援”，第一工科大学教職課程研究紀要 2023 年 2 月号（通巻 7 号）．

[4] 後藤英司, 2011 年, LED を利用した植物工場の現状と将来展望, 応用物理, 80 巻, 1 号, pp.42-45.

[5] Michael Bajura, Henry Fuchs, and Ryutarou Ohbuchi. 1992. Merging virtual objects with the real world: seeing ultrasound imagery within the patient. In Proceedings of the 19th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH ’92). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 203–210. https://doi.org/10.1145/133994.134061

[6] Jackie (Junrui) Yang, Christian Holz, Eyal Ofek, and Andrew D. Wilson. 2019. DreamWalker: Substituting Real-World Walking Experiences with a Virtual Reality. In Proceedings of the 32nd Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology

(UIST '19). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, pp.1093–1107. https://doi.org/10.1145/3332165.3347875
[7] 湯川 貢嗣, 山道 将平, 脇部 佑太, 南 舜次郎, 中茂 睦裕, 大恵 克俊, 渋沢 良太，2021 年，レビー小体型認知症患者の幻視体験シミュレータの検討と試作，情報処理学会 火の国情報シンポジウム 2021 予稿集, B4-3, pp.1-6.